

「ジョン・ナッシュの業績」

京都大学経済研究所 岡田 章

1. はじめに

新学期が始まり大学のキャンパスは活気に満ちています。この20年近くの間には経済学の研究はゲーム理論の浸透によってその内容が大きく変わりました。また、それによって学部や大学院での経済学の講義の内容やスタイルも新しくなりました。学部生の皆さんは多くの授業の中で、経済学の基本項目として、効用関数、需要曲線、供給曲線といったものの他にナッシュ均衡という概念を学ばれることと思います。

ナッシュ均衡は、数学者でゲーム理論家であり、今年度のアカデミー賞最優秀作品賞を受賞した映画「ビューティフルマインド」のモデルとなったジョン・ナッシュ(John F. Nash Jr.) が定式化したゲームや経済の均衡概念です。ナッシュは、ナッシュ均衡による非協力ゲーム理論を築いた画期的な業績によって1994年のノーベル経済学賞を受賞しました。

この小論では、ナッシュ均衡の理論的内容を簡単に説明した後で、ナッシュの業績が現在までのゲーム理論や経済学の発展に与えた意義について述べたいと思います。

2. ナッシュ均衡

ナッシュ均衡の定義は、次のような単純なものです。ゲームまたは経済に参加しているすべての行動主体(プレイヤー)の戦略の組み合わせで、それぞれの行動主体の戦略が他のすべての行動主体の戦略に対して最適なもの(最適応答)であるとき、そのような戦略の組をナッシュ均衡といいます。この定義には、各プレイヤーの最適行動と他のプレイヤーの行動に関するプレイヤーの予想(または読み)が表裏一体となっています。合理的なプレイヤーは互いの戦略を読み合い、相手の行動に対して最適な行動をとろうとします。もちろん、他のプレイヤーが予想するプレイヤーの行動とそのプレイヤーが実際に選択する行動は一致するとは限りませんが、ナッシュ均衡では両者が一致します。ナッシュ均衡では、プレイヤーの行動に関する相手プレイヤーの事前予想は戦略の読み合いの結果、事後的に実現されます。このようなとき、プレイヤーの予想は自己充足的(self-fulfilling)であるといいます。

簡単な例を用いてナッシュ均衡を説明しましょう。映画「ビューティフルマインド」では、院生仲間から変人扱いされている主人公がバーに入ってきた3人の美しい女性の誰にアプローチしようかと思案しているとき、「もし全員が一番の美人を目指さなければ、みんな相手を得られる」ことに気づき、ナッシュ均衡の新理論を発見したとされています(これはもちろん作り話です)。これをヒントに次のようなゲームを考えました。

恋人が欲しい2人の男子学生A君とB君が同じ大学の女子学生C子さんとD子さんにアプローチをしようとしています。C子さんとD子さんはともに美人ですが、C子さんは大学一の美人でA君とB君はC子さんとつき合うのが理想です。A君とB君がそれぞれ違

う女性にアプローチすれば相手を得られるとしましょう。しかし、もし A 君と B 君が同じ女性にアプローチすれば、女性の心が揺れ動き、二人ともその女性とつき合えない最悪の結果となります。A 君と B 君の恋のゲームは表 1 のようにかくことができます。

		B 君の戦略	
		C 子さん	D 子さん
A 君の戦略	C 子さん	0, 0	5, 3
	D 子さん	3, 5	0, 0

表 1 . 恋愛ゲーム

表 1 では、A 君と B 君はそれぞれ C 子さんにアプローチするか、D 子さんにアプローチするかの 2 つの戦略をもち、左の数字が A 君の利得(女性とつき合える喜びの大きさを示す)、右の数字が B 君の利得を示しています。この恋愛ゲームのナッシュ均衡点はどれでしょうか(解答は最後にあります)。

ナッシュ均衡はプレイヤーがお互いの戦略に対して最適行動を取り合っている状況を記述し、その論理はきわめて明快(すぎる?)だと思います。ナッシュ均衡でない戦略の組では少なくとも一人のプレイヤーは、もし他のプレイヤーがその戦略をとるならば、自分だけは違う戦略をとろうします。つまり、ナッシュ均衡でない戦略を提示する社会理論は、その理論が社会の人々に受け入れられると同時に少なくとも一人は理論から離脱しようとする性質をもち自己矛盾的です。

1948 年 9 月にプリンストン大学の数学科の大学院に入学した 20 才のナッシュはわずか 14 ヶ月で非協力ゲームの理論に関する博士論文を完成しました。博士論文では、不動点定理を用いて、「有限 n 人ゲームには少なくとも一つの均衡点が存在する」という基本定理を証明しました。不動点定理を用いるナッシュの証明方法は、その後、完全競争市場における一般均衡を始め、ゲームや経済のさまざまな均衡の存在定理のスタンダードな証明方法となりました。余談ですが、もしゲーム理論のテーマが数学科の博士論文として認められないときのため、代数的多様体に関する純粋数学の論文も準備していたそうです。わずか 22 才の年齢で全く内容の違う二つの博士論文を完成していたことになり、その天才にはただ驚くばかりです。

ナッシュ均衡の概念は、次節で述べるように、ゲーム理論と経済学の発展に革命的な影響を与えたのですが、その定義はシンプルでかつ明快です。経済学の知識がなくても容易に納得できるものだと思います。

3 . ナッシュ均衡の革命的な意義

ゲーム理論を始めたフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは、その共著『ゲームの理論と経済行動』(1944年)の前半でゼロ和2人ゲームの理論、後半で非ゼロ和n人ゲームの理論を定式化しました。ゼロ和2人ゲームの解をマックスミニ戦略といますが、フォン・ノイマンは1928年に「2人のプレイヤーがマックスミニ戦略を用いることでゲームは均衡する」という有名なミニマックス定理を証明しました。しかし、経済学の立場からはゼロ和2人ゲームは2人の経済主体の利害が完全に相反する特殊な状況であり、一般の非ゼロ和n人ゲームの理論を確立することがゲーム理論の大きな課題でした。

数学的に言えば、ナッシュ均衡はゼロ和2人ゲームのマックスミニ戦略を非ゼロ和n人ゲームへ拡張した概念となっています。20世紀の大数学者であるフォン・ノイマンは当然この事実を知っていたと思いますが、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは非ゼロ和n人ゲームの解としてナッシュ均衡を採用しませんでした。その理由は、推測の域を出ませんが、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは非ゼロ和n人ゲームではゼロ和2人ゲームと異なりプレイヤーの間の協力や提携形成が重要な経済行動であり、ナッシュ均衡のような非協力均衡の理論による分析は適切でないと思たのだと思います。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは、非ゼロ和n人ゲームの解として利得分配と提携形成に関するプレイヤーの安定な行動基準の概念(安定集合)を提示しました。

これに対して、ナッシュは、非ゼロ和n人ゲームのうちフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが考察したようなプレイヤーが自由に結託し協力の合意が守られるようなゲームを協力ゲームと定義し、それ以外のゲームを非協力ゲームと定義しました。そして、すでに説明しましたように、ナッシュ均衡による非協力ゲーム理論を確立しました。

このように、ナッシュの理論はフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの研究と違う方向に進んだわけですが、ゲーム理論の二人の創設者が目指した協力や提携形成のための行動基準と安定な社会的秩序の考察は、経済学さらに社会科学全般にとって大変重要な研究課題です。このような問題に対してナッシュの非協力ゲーム理論は有効なものでしょうか。

ナッシュの考えは、次のようなものです。経済主体の協力や提携は、本来それに参加する個々の主体の行動原理から説明するのが適切であり、協力や提携形成に至る交渉のプロセス自体を一つの大きな非協力ゲームとしてモデル化することで協力ゲームを非協力ゲームの理論によって分析できる。このように、ナッシュは非協力ゲームの理論によって非協力ゲームと協力ゲームを含むゲームの一般理論を構築するという画期的な研究プログラムを示しました。この研究プログラムを、「ナッシュプログラム」といいます。ナッシュの非協力ゲームの理論によって、利害の対立と協力を含むすべての社会的状況を分析する研究方法が確立しました。

ナッシュが50年代後半に精神の病に侵された後は、非協力ゲーム理論の研究は大きな進展がなく、60年代のゲーム理論の研究はフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの協力ゲームの理論が中心でした。しかし、この時期の後半から、ナッシュの理論は二人のゲーム理論家、ハルサニ(John Harsanyi)とゼルテン(Reinhard Selten)によって引き継がれ、70

年代に入ると、展開形ゲーム、情報不完備ゲーム、くり返しゲーム、完全均衡点、ベイジアン均衡点、交渉ゲームなど非協力ゲーム理論の研究が次々に行なわれ、非協力ゲーム理論による経済理論の再構築が行なわれました。ハルサニとゼルテンは1994年にナッシュとともにノーベル経済学賞を受賞しました。

経済学の基本原理は（新古典派の）完全競争市場の理論です。経済学では第一に市場メカニズムの論理とその働きをしっかりと学ばなければなりません。完全競争市場の理論では、経済主体はシグナルとしての財の価格のみに反応し互いの意思決定に影響を及ぼすことはないものとして記述されます。しかし、経済社会の本質は経済主体の間の戦略的な相互依存関係です。現代社会の複雑な経済事象を適切に理解するためには、新古典派の経済理論を超えて、不完全競争市場などの他の市場構造や企業の内部組織、政治的な意思決定プロセスなど非市場的資源配分メカニズムの研究が必要であることが経済学の研究者に強く認識されるようになりました。ゲーム理論以前の経済理論は、19世紀末のクールノーによる複占市場の研究など個別の経済モデルを除いては、経済社会の相互依存関係を分析する一般的な研究の枠組みをもっていませんでした。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンはまさにこのような新古典派の完全競争市場の理論の問題点を克服すべくゲーム理論を創設しました。そして、ナッシュによる非協力ゲーム理論が、経済の相互依存関係を分析する一般理論として過去20年の間に研究者の間に受け入れられ定着しました。現在、非協力ゲーム理論によって、情報、不確実性、インセンティブ、契約、法と経済、環境、慣習や制度などのさまざまな問題が研究されています。

ナッシュの非協力ゲーム理論が経済学に与えた貢献は、ナッシュ均衡の概念を定式化したこと以上に、アダム・スミスやマーシャルなどの過去の偉大な経済学者が目指した「政治経済学」や「日常生活における人間の科学」としての経済学、さらに社会科学における普遍的な研究方法を築いたことにあると言っても過言ではないと思います。

4. おわりに

ここでは、経済学におけるナッシュ均衡の意義を述べてきましたが、ナッシュ均衡は生物学におけるゲーム理論の発展にも大きく寄与しました。2001年の京都賞を受賞した生物学者のメイナードスミスはナッシュ均衡の派生概念である「進化的に安定な戦略」(ESS)の概念を用いて生物進化のゲーム理論の基礎を築きました。その後、「進化ゲーム理論」という分野が誕生し、生物学と経済学の研究者が進化と学習のダイナミックなモデルを用いてナッシュ均衡を研究しています。最近、ナッシュは未公開の博士論文の中ですでに進化ゲーム理論の基本アイデアを示していることがわかって、研究者の新しい驚きとなっています。

ナッシュ博士は病を克服された現在、ゲーム理論の主要な国際学会に出席されています。筆者も1995年、エルサレムで開催されたゲーム理論の国際学会でお目にかかる機会がありました。温かな表情が大変印象的でした。ナッシュ博士がいつまでもお元気で、誰も解け

なかった問題に対して独創的な解決を求める研究をこれからも続けられることをお祈りして、この小論を終えます。

注) 本稿の執筆に際して、京都大学ゲーム理論研究会のメンバーの方々から貴重なコメントを頂戴しました。ここに、感謝の意を表します。

参考文献

1. ナッシュ均衡に関する論文

Kuhn, H. et al. (1996), "The Work of John Nash in Game Theory," *Journal of Economic Theory* 69, 153-185. (1994年12月8日に開催されたノーベル財団セミナーの講演録)

Nash, J. F. (1950), "Equilibrium points in n-person games," *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* 36, 48-49. (ナッシュ均衡の最初の論文)

Nash, J. F. (1951), "Non-cooperative games," *Annals of Mathematics* 54, 286-295.
(ナッシュの博士論文の主要内容が発表されている)

Nash, J. F. (1996), *Essays on Game Theory*, Edward Elgar, Cheltenham. (ナッシュのゲーム理論、経済学関係の論文7編を収録している)

2. ゲーム理論に関する日本語の参考書

i. 入門的な教科書

梶井厚志・松井彰彦、『ミクロ経済学-戦略的アプローチ』、日本評論社、2000年。

武藤滋夫、『ゲーム理論入門』、日経文庫、日本経済新聞社、2001年。

中山幹夫、『はじめてのゲーム理論』、有斐閣、1997年。

ii. より専門的に学びたい人のための教科書

岡田章、『ゲーム理論』、有斐閣、1996年。

鈴木光男、『新ゲーム理論』、勁草書房、1994年。

iii. 最先端の研究を解説した論文集

今井晴雄、岡田章編、『ゲーム理論の新展開』、勁草書房、2002年。

(本文中の恋愛ゲームのナッシュ均衡は、二人の男子学生がそれぞれ違う女子学生にアプローチする二つの戦略の組み合わせです。他に混合戦略によるナッシュ均衡もありますが、詳しくはゲーム理論のテキストを見てください)